



**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ**  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**  
**(Ενδεικτικές Απαντήσεις)**

**ΘΕΜΑ Α :**

A1) β , A2) γ , A3) α , A4) γ , A5) Λ - Σ -  
 Λ - Σ - Σ .

**ΘΕΜΑ Β :**

**B1)** α) Σωστή η (ii) .

β) Αρχικά ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα :

$$f_1 = \frac{v}{v + v_s} \cdot f_s = \frac{v}{v + \frac{v}{20}} \cdot f_s = \frac{v}{\frac{21 \cdot v}{20}} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} \cdot f_s$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για την κρούση .

$$\text{Α.Δ.Ο. : } m \cdot v_s + 0 = 2 \cdot m \cdot V \Rightarrow V = \frac{v_s}{2} = \frac{v}{40}$$

Τελικά ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα :

$$f_2 = \frac{v}{v + V} \cdot f_s = \frac{v}{v + \frac{v}{40}} \cdot f_s = \frac{v}{\frac{41 \cdot v}{40}} \cdot f_s \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} \cdot f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} \cdot f_s}{\frac{40}{41} \cdot f_s} = \frac{20 \cdot 41}{40 \cdot 21} = \frac{41}{42} , \text{ άρα σωστή η (ii) .}$$

**B2)** α) Σωστή η (iii) .

β) Από την εξίσωση συνέχειας ,

$$\Pi_B = \Pi_\Gamma \Rightarrow A_1 \cdot v_B = A_2 \cdot v_\Gamma \Rightarrow 2 \cdot A_2 \cdot v_B = A_2 \cdot v_\Gamma \Rightarrow v_\Gamma = 2 \cdot v_B$$

Bernoulli Δ - Γ :



$$P_{\Delta} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{\Gamma}^2 \Rightarrow (P_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 4 \cdot v_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 \Rightarrow h = \frac{3 \cdot v_B^2}{2 \cdot g}$$

Στο δοχείο όσο υγρό μπαίνει τόσο βγαίνει, οπότε :

$$\Pi_Z = \Pi_{\Gamma} \Rightarrow A_3 \cdot v_Z = A_2 \cdot v_{\Gamma} \Rightarrow \frac{A_2}{2} \cdot v_Z = A_2 \cdot v_{\Gamma} \Rightarrow v_{\Gamma} = \frac{v_Z}{2} \Rightarrow 2 \cdot v_B = \frac{v_Z}{2} \Rightarrow v_B = \frac{v_Z}{4}$$

Από το Θεώρημα Torricelli :

$$v_Z = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \Rightarrow v_B = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} .$$

$$\text{Αντικαθιστώντας : } h = \frac{3 \cdot v_B^2}{2 \cdot g} = \frac{3 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{16 \cdot 2 \cdot g} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16} \rightarrow (iii)$$

**B3)** α) Σωστή η (ii) .

β) Θ.Μ.Κ.Ε. Α - Δ :

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_1^2 \Rightarrow F \cdot L \cdot \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow 9 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \pi^2 = \frac{\omega_1^2}{6} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{18 \cdot \pi^2}{2} = 9 \cdot \pi^2 \Rightarrow \omega_1 = 3 \cdot \pi \text{ rad/sec.}$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Στρ. για την κρούση :

$$I \cdot \omega_1 = I_{\alpha\lambda.} \cdot \omega_2 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega_1 = \left( \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 + m \cdot L^2 \right) \cdot \omega_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \pi = \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \right) \cdot \omega_2 \Rightarrow 3 \cdot \pi = 2 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{3 \cdot \pi}{2} \text{ rad/sec}$$

Στο τμήμα Δ - Ε, η κίνηση είναι ομαλή στροφική :

$$\Delta\theta = \omega_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega_2} = \frac{\pi/2}{3 \cdot \pi/2} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} \text{ sec} \rightarrow (ii)$$

### ΘΕΜΑ Γ :

**Γ1)** Θ.Ι. του  $m_1$  :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 \cdot g = K \cdot \Delta l \Rightarrow 1 \cdot 10 = K \cdot 0,05 \Rightarrow K = \frac{10}{0,05} = \frac{1.000}{5} \Rightarrow K = 200 \text{ N/m}$$

Θ.Ι. των  $(m_1 + m_2)$  :



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g = K \cdot \Delta l_1 \Rightarrow 2 \cdot 10 = 200 \cdot \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{20}{200} = \frac{1}{10} \Rightarrow \Delta l_1 = 0,1 \text{ m} = A$$

**Γ2)** Εφαρμόζουμε μια Α.Δ.Ε. ταλάντωσης από την θέση της κρούσης μέχρι την Θ.Ι.Τ.

$$\frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta l_1 - \Delta l)^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 \Rightarrow 2 \cdot V^2 + 200 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 200 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot V^2 + 0,5 = 2 \Rightarrow 2 \cdot V^2 = 1,5 \Rightarrow V^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/sec}$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για την κρούση :

$$m_2 \cdot v_0 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow 1 \cdot v_0 = 2 \cdot V \Rightarrow v_0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ m/sec}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 \Rightarrow K = 1,5 \text{ J}$$

**Γ3)** Ορίζουμε θετική φορά την προς τα επάνω .

$$\Delta p = p_{\text{τελ.}} - p_{\text{αρχ.}} = m_2 \cdot V - m_2 \cdot v_0 = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \Delta p = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Kgr} \cdot \text{m/sec}$$

άρα το μέτρο είναι :  $\Delta p = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Kgr} \cdot \text{m/sec}$  με κατεύθυνση προς τα κάτω .

**Γ4)**  $x = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0)$

$$D = K = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow 200 = 2 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 100 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec}$$

Για  $t=0$  ,  $x=+A/2$  και  $V>0$  :

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow \dots \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Οπότε :  $x = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,1 \cdot \eta\mu(10 \cdot t + \pi/6) \text{ S.I.}$

### **ΘΕΜΑ Δ :**

**Δ1)** Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας για τα σώματα :

$$\Sigma : M_{\Sigma} \cdot g = T_2 \Rightarrow T_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$M_T : \Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = 20 \text{ N}$$

$$M_K : \Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 = T_p = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + F = T_1 + T_p \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$



**Δ2)** Για τον κύλινδρο και την τροχαλία, αφού το νήμα δεν γλιστρά :

$$v_{cm,K} + v_{\gamma\rho,K} = v_{\gamma\rho,\tau\rho} \Rightarrow 2 \cdot v_{cm,K} = v_{\gamma\rho,\tau\rho} \Rightarrow 2 \cdot \alpha_{cm,K} = \alpha_{cm,\Sigma} \Rightarrow 2 \cdot \alpha_K = \alpha_\Sigma$$

$$\Sigma : \Sigma F = M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow M_\Sigma \cdot g - T_2' = M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow 20 - T_2' = 2 \cdot \alpha_\Sigma$$

$$M_T : \Sigma \tau = I_T \cdot \alpha_{\gamma T} \Rightarrow (T_2' - T_1') \cdot R_T = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot R_T \cdot \alpha_{\gamma T} \Rightarrow T_2' - T_1' = \alpha_\Sigma$$

$M_K$

$$\Sigma F = M_K \cdot \alpha_K \Rightarrow T_1' + T_\rho' - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_K \cdot \alpha_K \Rightarrow T_1' + T_\rho' - 10 = 2 \cdot \alpha_K$$

$$\Sigma \tau = I_K \cdot \alpha_{\gamma K} \Rightarrow (T_1' - T_\rho') \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K \cdot \alpha_{\gamma K} \Rightarrow T_1' - T_\rho' = \alpha_K$$

Λύνοντας το σύστημα των παραπάνω πέντε εξισώσεων, προκύπτει :

$$\alpha_\Sigma = 4 \text{ m/sec}^2 \quad \text{και} \quad \alpha_K = 2 \text{ m/sec}^2$$

**Δ3)** Στο χρόνο  $t_1 = 0,5 \text{ sec}$  :  $v_{cm,K} = \alpha_K \cdot t_1 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m/sec}$

Κόβουμε το νήμα :

$$\Sigma F_x = M_K \cdot \alpha'_{cm,K} \Rightarrow M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_\rho = M_K \cdot \alpha'_{cm,K} \Rightarrow 10 - T_\rho = 2 \cdot \alpha'_{cm,K}$$

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T_\rho \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T_\rho = \alpha'_{cm,K}$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις έχουμε :  $\alpha'_{cm,K} = \frac{10}{3} \text{ m/sec}^2$

$$v = v_{cm,K} - \alpha'_{cm,K} \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ sec}$$

Οπότε :  $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,5 + 0,3 \Rightarrow t_2 = 0,8 \text{ sec}$

$$\mathbf{\Delta 4)} \quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_K \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$S_2 = v_{cm,K} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha'_{cm,K} \cdot \Delta t^2 = 1 \cdot 0,3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 0,3 \cdot 0,3 \Rightarrow S_2 = 0,15 \text{ m}$$

$$S_{ολ.} = S_1 + S_2 = 0,25 + 0,15 \Rightarrow S_{ολ.} = 0,40 \text{ m}$$

**Δ5)** Η ροπή της αντίδρασης επαφής του κυλίνδρου με την σανίδα, είναι :

$$\tau_N = M_K \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot (S_{ολ.} - \Gamma\Delta) = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,2 \Rightarrow \tau_N = 2 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Η ροπή του βάρους της σανίδας είναι :

$$\tau_W = M \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot (\Gamma M) = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 \Rightarrow \tau_W = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \cdot \text{m}$$



όπου  $(M)$  , το μέσο της σανίδας .  
Συνεπώς ,  $\tau_W > \tau_N$  , και η σανίδα δεν ανατρέπεται .

www.fr-anodos.gr